

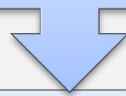
МАСТЕР-КЛАСС

**«Нестандартные методы
решения некоторых
уравнений с модулем»**

Учитель математики
Галина Юрьевна Назаренко

Актуальность

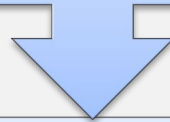
способствование сознательному усвоению математических знаний;



вовлечение учащихся в творческую деятельность;



решение ряда методических задач, встающих перед учителем в процессе обучения, в частности, реализации внутрипредметных связей (алгебра-геометрия);



расширению области использования графиков, повышению графической культуры учеников.

Цель работы

Рассмотреть нестандартные методы решения некоторых уравнений с модулем. Вспомнить основной способ, используемый при решении уравнений, содержащих модуль.

Основные понятия

Уравнением с одной переменной называют равенство, содержащее переменную.

Корнями уравнения называются значения переменной, при которых уравнение обращается в верное равенство.

Решить уравнение – значит, найти все его корни или доказать, что корней нет.

Уравнением с модулем называют равенство, содержащее переменную под знаком модуля.

Обучение - это ремесло,
использующее бесчисленное
количество маленьких трюков.

Решение уравнений, содержащих знак модуля: методы, приемы, равносильные переходы

Уравнение вида:

правило 1

$$|f| - |g| = f - g$$

$$\begin{cases} f = g \\ f \geq 0 \\ g \geq 0 \end{cases}$$

правило 2

$$|f| - |g| = g - f$$

$$\begin{cases} f = g \\ f \leq 0 \\ g \leq 0 \end{cases}$$

Решим уравнение двумя способами:

$$|5x - 3| - |7x - 4| = 2x - 1$$

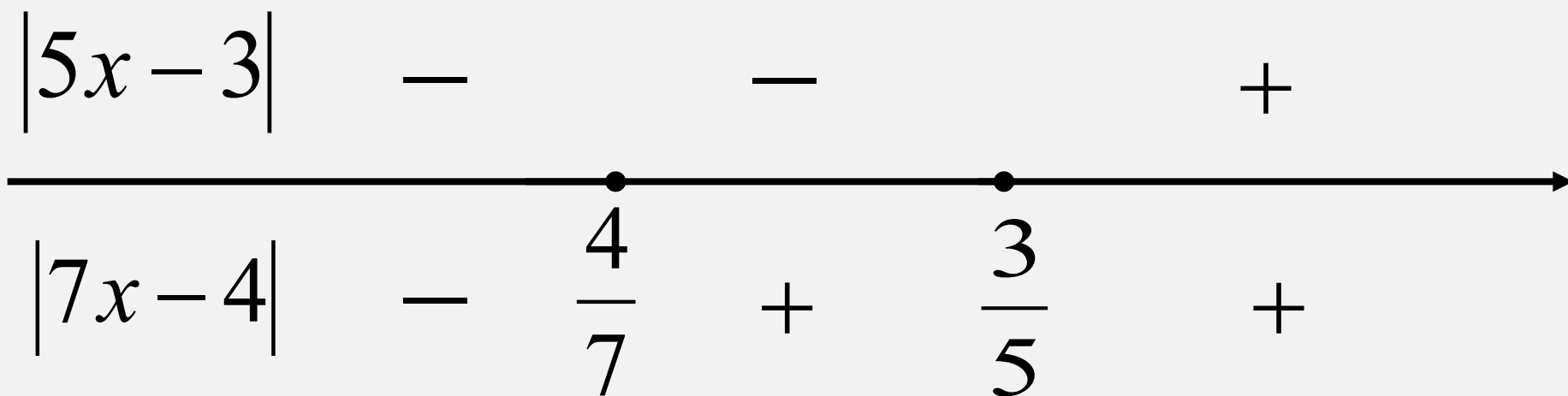
АЛГОРИТМ решения уравнений с модулями:

1. Отметить все нули подмодульных выражений на числовой прямой. Они разобьют числовую прямую на промежутки, в которых все подмодульные выражения имеют постоянный знак.
2. Из каждого промежутка взять произвольное число и подсчетом определить знак подмодульного выражения, по знаку раскрыть модули.
3. Решить уравнения и выбрать решения, принадлежащие данному промежутку.

Вычислим нули подмодульных выражений:**Способ № 1**

$$5x - 3 = 0 \quad x = \frac{3}{5}$$

$$7x - 4 = 0 \quad x = \frac{4}{7}$$



Решим уравнение двумя способами:

$$|5x - 3| - |7x - 4| = 2x - 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x < \frac{4}{7} \\ -5x + 3 + 7x - 4 = 2x - 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{7} \leq x < \frac{3}{5} \\ 3 - 5x - 7x + 4 = 2x - 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq \frac{3}{5} \\ 5x - 3 - 7x + 4 = 2x - 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x < \frac{4}{7} \\ 0 = 0 \\ \frac{4}{7} \leq x < \frac{3}{5} \\ x = \frac{4}{7} \\ x \geq \frac{3}{5} \\ x = \frac{1}{2} \Rightarrow \emptyset \end{array} \right. \quad x \in \left(-\infty; \frac{4}{7} \right]$$

Решим уравнение двумя способами:

Способ № 2

$$|5x - 3| - |7x - 4| = 2x - 1$$

Воспользуемся правилом 2:

$$\left[\begin{array}{l} 5x - 3 = 7x - 4 \\ \left\{ \begin{array}{l} 5x - 3 \leq 0 \\ 7x - 4 \leq 0 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ x \leq \frac{3}{5} \\ x \leq \frac{4}{7} \end{array} \right. \quad x \leq \frac{4}{7}$$

Ответ:

$$x \in \left(-\infty; \frac{4}{7} \right]$$

Решим уравнение пример №2:

$$|x^2 - 2x - 63| - |x^2 + 13x + 12| = 15x + 75$$

Воспользуемся правилом 2:

$$\left[\begin{array}{l} x^2 + 13x + 12 = x^2 - 2x - 63 \\ \begin{cases} x^2 - 2x - 63 \leq 0 \\ x^2 + 13x + 12 \leq 0 \end{cases} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} x = -5 \\ \begin{cases} x \in [-7; 9] \\ x \in [-12; -1] \end{cases} \end{array} \right] \quad x \in [-7; -1]$$

Ответ:

$$x \in [-7; -1]$$

Решим уравнение пример №3:

$$|5x - 2| = |7x - 3| - 2x + 1$$

Воспользуемся правилом 1:

$$\left[\begin{array}{l} 7x - 3 = 5x - 2 \\ \left\{ \begin{array}{l} 5x - 2 \geq 0 \\ 7x - 3 \geq 0 \end{array} \right. \end{array} \right. \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ \left\{ \begin{array}{l} x \geq \frac{2}{5} \\ x \geq \frac{3}{7} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad x \geq \frac{3}{7}$$

Ответ:

$$\left[\frac{3}{7}; \infty \right)$$

Решите самостоятельно:



$$1) |x^2 - 5x + 4| - |x^2 - 8x + 15| = -3x + 11$$

$$2) |x^3 - 3x^2 - x + 4| - |x^2 - 4x - 5| = -x^3 + 4x^2 - 3x - 8$$

$$3) |x^3 - 18x| - |5x^2 - 5x - 10| = -2x^3 + 5x^2 + 13x - 10$$

$$4) |3x^2 - 4x - 4| - |x^2 + 7x + 6| = 2x^2 - 11x - 10$$

Уравнение вида:

правило 3

правило 4

$$|f| + |g| = f + g$$

$$\begin{cases} f \geq 0 \\ g \geq 0 \end{cases}$$

$$|f| + |g| = -f - g$$

$$\begin{cases} f \leq 0 \\ g \leq 0 \end{cases}$$

Решим уравнение:

$$|1 + \cos(\pi\sqrt{x})| + |x^2 - 15x + 44| = 15x - x^2 - \cos(\pi\sqrt{x}) - 45$$

Воспользуемся правилом 4:

$$\begin{cases} 1 + \cos(\pi\sqrt{x}) \leq 0 \Rightarrow \cos(\pi\sqrt{x}) = -1 \\ x^2 - 15x + 44 \leq 0 \end{cases} \begin{cases} x = (1 + 2k)^2, k \in \mathbb{Z} \\ x \in [4; 11] \end{cases} \quad x = 9$$

$$4 \leq x \leq 11;$$

$$4 \leq (1 + 2k)^2 \leq 11$$

$$2 \leq 1 + 2k \leq \sqrt{11}$$

$$1 \leq 2k \leq \sqrt{11} - 1$$

$$\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{\sqrt{11} - 1}{2}$$

$$k = 1$$

$$x = (1 + 2 \cdot 1)^2 = 9$$

Ответ:

$$x = 9$$

Решим уравнение:

$$|x^3 - 64| + |x^2 + 8x - 33| = x^3 + x^2 + 8x - 97$$

$$\begin{cases} x^3 - 64 \geq 0 \\ x^2 + 8x - 33 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 4 \\ x \in (-\infty; -11] \cup [3; \infty) \end{cases} \quad x \in [4; \infty)$$

Ответ:

$$x \in [4; \infty)$$

Решите самостоятельно:



$$1) \left| -1 + \cos(\pi\sqrt{x}) \right| + \left| x^2 - 16x + 55 \right| = 16x - x^2 + \cos(\pi\sqrt{x}) - 56$$

$$2) \left| x^2 + 10x + 21 \right| + \left| x^2 - 6x + 5 \right| = 2x^2 + 4x + 26$$

«Нестандартные методы решения некоторых уравнений»

СПАСИБО

З

А

ВНИМАНИЕ !